

具有远程和本地控制器的网络控制系统 滚动时域控制研究

付雨腾,高 荣

(鲁东大学 数学与统计科学学院,山东 烟台 264039)

摘要:本文主要研究具有远程和本地控制器的网络控制系统的滚动时域控制问题。首先,基于极值原理设计滚动时域控制(receding horizon control,RHC)方案。其次,对于无加性噪声的系统,采取RHC策略得到的终端加权矩阵满足两个耦合的Lyapunov不等式,经过验证,这两个不等式是使系统均方镇定的充分条件;对于有加性噪声的系统,通过分析状态估计误差,得到了使系统均方有界的充分条件。最后,仿真实例验证了所提策略的有效性。

关键词:非对称信息;滚动时域控制;网络控制系统;均方镇定

中图分类号:TP273 **文献标志码:**A **文章编号:**1673-8020(2025)02-0097-09

网络控制系统(networked control systems,NCSs)是由控制器、执行器、传感器和将它们连接在一起的通信网络组成的系统^[1-3],该系统因安装成本低、系统实施灵活以及易于维护等优势而得到广泛应用。在实际应用中,数据在网络传输过程中可能会产生丢包、延迟等现象,这会导致系统性能下降甚至不稳定^[4],因此,研究具有不可靠通信信道的NCSs具有重要的实际意义。为降低不可靠信道对系统性能的影响,学者们进行了相关研究^[5-7]。文献[5]通过构造标准线性二次型状态反馈控制器和最优编码器—解码器,研究存在丢包的系统的线性二次高斯问题的最优控制;对于同时存在时滞和丢包的系统,文献[6]推导了使系统均方稳定的充要条件,文献[7]给出了具有时滞和丢包的NCSs的稳定性条件和最大丢包率。对于丢包发生在从传感器到控制器、从控制器到执行器通道上的系统,文献[8]研究了具有Markov丢包和输入延迟的NCSs最优控制问题。上述文献的研究对象仅包含单个控制器,不能解决存在多个控制器的网络控制系统的相关问题。

近年来,由于深海作业、供需协调、无人机以及高速公路自动化系统等应用的迫切需求,具有非对称信息的最优控制(optimal control with asymmetric information,OCAI)问题引起人们的关注^[9-10]。OCAI是指研究对象包含多个控制器,且不同控制器利用的反馈信息不同。有关OCAI的研究可以追溯到著名的Witsenhausen反例^[11],随着网络控制的发展越来越受到人们的关注。文献[12]设计了应用于供应商的最优策略,并展示了非对称中断信息对供应商、零售商和供应链绩效的影响;文献[13]通过求解包含两个解耦Riccati方程的正反向随机微分方程,针对具有非对称信息的线性随机系统,给出了包含确定性控制器和随机控制器的最优反馈策略。对于具有非对称信息的随机动态博弈,文献[14]介绍了基于已知信息的完美贝叶斯均衡,并对动态博弈进行了顺序分解。

滚动时域控制(receding horizon control,RHC)又称模型预测控制,具有模型要求低、便于计算等优点,因此,将RHC策略用于研究网络控制问题具有重要的理论意义和应用价值。文献[15]首次将RHC与网络控制系统结合,提出了基于时间戳的滚动时域算法;当连续丢包次数有限时,文献[16]建立了基于RHC策略的输入—状态稳定性条件;文献[17]基于多速率卡尔曼滤波器,设计了最优估计的网络系统预测控制方案提高估计精度;文献[18]提出了具有Markov丢包的分布式RHC算法,进一步证明了在

收稿日期:2024-11-28;修回日期:2024-12-29

基金项目:国家自然科学基金(U24A20281)

通信作者简介:高荣(1975-),男,副教授,硕士研究生导师,博士,研究方向为随机控制、预测控制等。E-mail:gr898@126.com

分布式 RHC 控制下的递推可行性和闭环系统的均方稳定性。针对仅在控制器到传感器通道发生丢包的情况,文献[19—20]对网络控制系统在 RHC 策略下的稳定性展开讨论。不同的是,文献[19]所研究的系统存在数据量化的问题,文献[20]增加了多个数据丢包时满足输入约束的限制条件,引入数据补偿策略和具有多面体不确定性的增广 Markov 模型,所得到的 RHC 算法可以保证闭环系统均方稳定。综上所述,关于非对称信息网络系统的研究虽然取得了一定成果,但如何在 RHC 策略下得到使该类系统镇定的条件仍需要深入解决。

本文基于 RHC 策略研究非对称信息网络控制系统的滚动时域控制问题,与已有研究成果相比,本文的创新点包含两个方面:1) 由于远程控制器和本地控制器观测到的状态信息不同,不能简单地将两个控制器扩充在一起,或者假设控制器的反馈信息相同,因此本文分别考虑各个控制器所利用的信息,再通过极值原理求解出了 RHC 控制器;2) 通过构造包含两个终端加权矩阵的特殊性能指标和一组耦合的 Lyapunov 方程,推导得无加性噪声的非对称信息的网络控制系统 RHC 镇定的充分条件,通过进一步分析状态估计误差,得到了使有加性噪声的系统均方有界的充分条件。

1 问题描述

网络控制系统由被控对象、本地控制器、远程控制器和不可靠的通信信道组成,具体结构见图 1。在图 1 中,状态信号 x_k 可以被本地控制器完全观测到,但信号在传输至远程控制器的过程中会受到不可靠信道的影响;远程控制器接受的信号为 $y_k = \eta_k x_k$, η_k 为独立同分布的伯努利随机变量。 $\eta_k = 0$ 表示状态信息在传输过程中丢失,发生概率为 p ; $\eta_k = 1$ 表示状态信息已成功发送,发生概率为 $1 - p$, $p \in (0, 1)$ 。

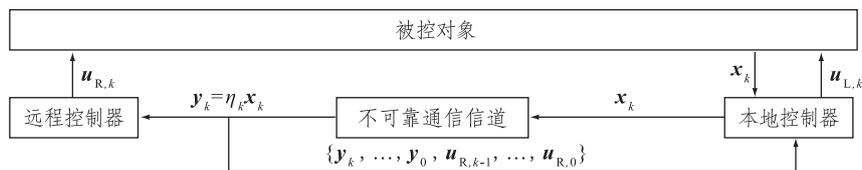


图 1 具有不可靠通信通道的 NCSs

Fig.1 NCSs with an unreliable communication channel

由图 1 可知: 远程控制 $u_{R,k}$ 在 k 时刻可以获取量测信号 $\{y_0, y_1, \dots, y_k\}$, 因此, $u_{R,k}$ 是 $\mathcal{F}\{y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 可测; 本地控制 $u_{L,k}$ 在 k 时刻可以获得状态 $\{x_0, x_1, \dots, x_k\}$ 和量测信号 $\{y_0, y_1, \dots, y_k\}$, $u_{L,k}$ 是 $\mathcal{F}\{x_0, \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_k, y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 可测。为简便, 用 \mathcal{F}_k , $\mathcal{F}\{Y_k\}$ 分别表示 $\mathcal{F}\{y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 和 $\mathcal{F}\{x_0, \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_k, y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 。

设被控对象由如下线性离散时间系统描述:

$$x_{k+1} = Ax_k + B_L u_{L,k} + B_R u_{R,k} + \omega_k, \quad (1)$$

其中: $x_k \in \mathbf{R}^{n_x}$ 为系统的状态向量, $u_{L,k} \in \mathbf{R}^{n_L}$ 为本地控制输入向量, $u_{R,k} \in \mathbf{R}^{n_R}$ 为远程控制输入向量; ω_k 为系统噪声, A, B_L, B_R 为具有适当维数的常数矩阵。

假设 1 初始状态 x_0 和 ω_0 是高斯且独立的, 分别有均值 $(\bar{x}_0, 0)$ 和协方差 (\bar{P}_0, Q_ω) 。

定义 1 当输入 $u_{L,k} = 0, u_{R,k} = 0$ 时, 若系统满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} E[x_k x_k^T] = 0$, 则称系统(1) 是均方稳定的; 若系统满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} E[x_k x_k^T] = Q_c (Q_c > 0)$, 则称系统(1) 是均方有界的。

本文的控制目标: 针对系统(1), 基于 RHC 策略设计 \mathcal{F}_k 和 $\mathcal{F}\{Y_k\}$ 可测的控制器 $u_{R,k}$ 和 $u_{L,k}$, 对于无加性噪声的系统, 得到使其均方镇定的充分条件; 对于有加性噪声的系统, 得到使其均方有界的充分条件。

2 RHC 镇定控制

2.1 RHC 控制器

由于本地控制 $u_{L,k}$ 为 $\mathcal{F}\{x_0, \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_k, y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 可测, 则定义

$$\hat{u}_{L,k} = E[u_{L,k} | \mathcal{F}\{Y_k\}], \quad (2)$$

$$\tilde{u}_{L,k} = u_{L,k} - \hat{u}_{L,k}. \quad (3)$$

显然得到, $E[\tilde{u}_{L,k} | \mathcal{F}\{Y_k\}] = 0, E[\tilde{u}_{L,k} | \mathcal{F}_k] = \tilde{u}_{L,k}, E[\hat{u}_{L,k} | \mathcal{F}_k] = \hat{u}_{L,k}$ 。利用式(2)、(3), 系统(1)可改写为:

$$x_{k+1} = Ax_k + [B_L \quad B_R] \begin{bmatrix} \hat{u}_{L,k} \\ u_{R,k} \end{bmatrix} + B_L \tilde{u}_{L,k} + \omega_k. \quad (4)$$

令 $U_k = \begin{bmatrix} \hat{u}_{L,k} \\ u_{R,k} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_L & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix}, B = [B_L \quad B_R]$, 构造性能指标如下:

$$J_k(x_k, k) = E_k \left\{ \sum_{i=0}^N [x_{k+i}^T Q x_{k+i} + U_{k+i}^T R U_{k+i} + \tilde{u}_{L,k+i}^T R_L \tilde{u}_{L,k+i}] + x_{k+N+1}^T P^{(1)} \hat{x}_{k+N+1} + x_{k+N+1}^T P^{(2)} \tilde{x}_{k+N+1} \right\}, \quad (5)$$

其中: $Q \geq 0, R_L > 0, R_R > 0; x_{k+N+1}$ 为终端状态值; $P^{(1)} > 0, P^{(2)} > 0$ 为终端加权矩阵。

引理 1 针对系统(4), 使性能指标函数(5)最小化的最优控制器为

$$u_{R,s} = [0 \quad I] H_1 \hat{x}_{sl,s},$$

$$u_{L,s} = [I \quad 0] H_1 \hat{x}_{sl,s} + H_2 \tilde{x}_s,$$

其中, $\hat{x}_{sl,s}$ 和 \tilde{x}_s 分别为状态信息的估计值和估计误差, H_1 和 H_2 是常数增益矩阵, 具有如下形式:

$$\hat{x}_{sl,s} = E[x_s | \mathcal{F}\{Y_s\}] = (1 - \eta_s) \hat{x}_{sl,s-1} + \eta_s x_s,$$

$$\tilde{x}_s = x_s - \hat{x}_{sl,s},$$

$$H_1 = -K, H_2 = -\Gamma^{-1}M,$$

$$K = Y^{-1}BZA, Y = B^T ZB + R,$$

$$\Phi = (1 - p)Z + pX,$$

$$\Gamma = B_L^T \Phi B_L + R_L,$$

$$M = B_L^T \Phi A,$$

这里矩阵 Z 和 X 满足 Riccati 方程:

$$Z = A^T Z A + Q - K^T Y K,$$

$$X = A^T \Phi A + Q - M^T \Gamma^{-1} M,$$

终端值 $P^{(1)} = Z, P^{(2)} = X$ 。

证明 针对系统(4) 和性能指标(5), 应用 Pontryagin 极大值原理, 可以得到

$$\lambda_{s-1} = E[A^T \lambda_s | \mathcal{F}_s] + Q x_s, s = 0, 1, \dots, N,$$

$$0 = R_L \tilde{u}_{L,s} + E[B_L^T \lambda_s | \mathcal{F}_s] - E[B_L^T \lambda_s | \mathcal{F}\{Y_s\}],$$

$$0 = E[B^T \lambda_s | \mathcal{F}\{Y_s\}] + R U_s,$$

$$\lambda_N = P^{(1)} \hat{x}_{N+1} + P^{(2)} \tilde{x}_{N+1},$$

其中 λ_s 是协态。利用文献[21] 的定理 1 得到最优控制器 $u_{R,k}, u_{L,k}$ 。引理 1 得证。

由引理 1 可得, k 时刻的 RHC 控制器为

$$u_{R,k} = - [0 \quad I] K \hat{x}_{kl,k}, \quad (6)$$

$$u_{L,k} = - [I \quad 0] K \hat{x}_{kl,k} - \Gamma^{-1} M \tilde{x}_k. \quad (7)$$

2.2 RHC 稳定性条件

由于加性噪声的存在,仅能推导出系统(4)在均方意义上有界的充分条件,但不能保证系统在均方意义上稳定。为了得到使系统(4)实现均方镇定的条件,本节考虑如下无加性噪声系统:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{U}_k + \mathbf{B}_L\hat{\mathbf{u}}_{L,k} \quad (8)$$

引理 2 假设对给定的矩阵 $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$, 性能指标(5)中 $\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(2)}$ 满足如下 Lyapunov 不等式:

$$\mathbf{Q} + \mathbf{H}_1^T \mathbf{R} \mathbf{H}_1 + (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{H}_1)^T \mathbf{P}^{(1)} (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{H}_1) - \mathbf{P}^{(1)} \leq 0, \quad (9)$$

$$\mathbf{Q} + \mathbf{H}_2^T \mathbf{R}_L \mathbf{H}_2 + (1-p)(\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2)^T \mathbf{P}^{(1)} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2) + p(\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2)^T \mathbf{P}^{(2)} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2) - \mathbf{P}^{(2)} \leq 0, \quad (10)$$

则有不等式 $E_k [J_{k+1}^*(\mathbf{x}_{k+1}, k+1)] - J_k^*(\mathbf{x}_k, k) \leq 0$ 成立, 其中 $J_k^*(\mathbf{x}_k, k)$ 是对应初始状态 \mathbf{x}_k 和最优控制器(6)、(7)的性能指标值。

证明 考虑性能指标(5), 可以得到

$$E_k [J_{k+1}^*(\mathbf{x}_{k+1}, k+1)] - J_k^*(\mathbf{x}_k, k) = E_k \left\{ E_{k+1} \left\{ \sum_{i=0}^N [\hat{\mathbf{x}}_{k+i+1}^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{x}}_{k+i+1} + \hat{\mathbf{U}}_{k+i+1}^T \mathbf{R} \hat{\mathbf{U}}_{k+i+1} + \hat{\mathbf{u}}_{L,k+i+1}^T \mathbf{R}_L \hat{\mathbf{u}}_{L,k+i+1}] + \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2}^T \mathbf{P}^{(1)} \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2} + \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2}^T \mathbf{P}^{(2)} \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2} \right\} - E_k \left\{ \sum_{i=0}^N [\bar{\mathbf{x}}_{k+i}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_{k+i} + \bar{\mathbf{U}}_{k+i}^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{U}}_{k+i} + \bar{\mathbf{u}}_{L,k+i}^T \mathbf{R}_L \bar{\mathbf{u}}_{L,k+i}] + \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T \mathbf{P}^{(1)} \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T \mathbf{P}^{(2)} \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1} \right\} \right\}, \quad (11)$$

其中: $\hat{\mathbf{U}}_{k+i+1}, \hat{\mathbf{u}}_{L,k+i+1}$ 和 $\bar{\mathbf{U}}_{k+i}, \bar{\mathbf{u}}_{L,k+i}$ ($i=0, 1, \dots, N$) 分别是最小化性能指标 $J_{k+1}^*(\mathbf{x}_{k+1}, k+1)$ 和 $J_k^*(\mathbf{x}_k, k)$ 得到的最优控制序列; $\hat{\mathbf{x}}_{k+i+1}$ 和 $\bar{\mathbf{x}}_{k+i}$ 分别是系统(8)受控于 $\hat{\mathbf{U}}_{k+i+1}, \hat{\mathbf{u}}_{L,k+i+1}$ 和 $\bar{\mathbf{U}}_{k+i}, \bar{\mathbf{u}}_{L,k+i}$ ($i=0, 1, \dots, N$) 对应的最优状态轨迹。应用 RHC 策略, 定义 $\hat{\mathbf{U}}_{k+i+1}, \hat{\mathbf{u}}_{L,k+i+1}$ 的形式如下:

$$\hat{\mathbf{U}}_{k+i+1} = \begin{cases} \bar{\mathbf{U}}_{k+i+1}, & i=0, 1, \dots, N-1, \\ \mathbf{H}_1 \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1}, & i=N, \end{cases} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_{L,k+i+1} = \begin{cases} \bar{\mathbf{u}}_{L,k+i+1}, & i=0, 1, \dots, N-1, \\ \mathbf{H}_2 \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1}, & i=N, \end{cases} \quad (13)$$

将式(12)、(13)代入式(11), 得到

$$E_k [J_{k+1}^*(\mathbf{x}_{k+1}, k+1)] - J_k^*(\mathbf{x}_k, k) \leq E_k \left\{ \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T \mathbf{H}_1^T \mathbf{R} \mathbf{H}_1 \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T \mathbf{H}_2^T \mathbf{R}_L \mathbf{H}_2 \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2}^T \mathbf{P}^{(1)} \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2} + \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2}^T \mathbf{P}^{(2)} \hat{\mathbf{x}}_{k+N+2} - \bar{\mathbf{x}}_k^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{U}}_k^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{U}}_k - \bar{\mathbf{u}}_{L,k}^T \mathbf{R}_L \bar{\mathbf{u}}_{L,k} - \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T \mathbf{P}^{(1)} \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1} - \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T \mathbf{P}^{(2)} \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1} \right\}. \quad (14)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}_{k+N+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}, \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}, \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}$ 。注意到

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+N+2} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \mathbf{B} \mathbf{H}_1 \hat{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2 \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}, \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+N+2} = (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{H}_1) \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \eta_{k+N+2} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2) \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}, \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+N+2} = (1 - \eta_{k+N+2}) (\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2) \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}. \quad (17)$$

将式(15)、(17)代入式(14), 可以得到

$$E_k [J^*(\mathbf{x}_{k+1}, k+1)] - J^*(\mathbf{x}_k, k) \leq E_k \left\{ -\bar{\mathbf{x}}_k^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{U}}_k^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{U}}_k - \bar{\mathbf{u}}_{L,k}^T \mathbf{R}_L \bar{\mathbf{u}}_{L,k} + \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T [\mathbf{Q} + \mathbf{H}_1^T \mathbf{R} \mathbf{H}_1 + (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{H}_1)^T \mathbf{P}^{(1)} (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{H}_1) - \mathbf{P}^{(1)}] \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1} + \bar{\mathbf{x}}_{k+N+1}^T [\mathbf{Q} + \mathbf{H}_2^T \mathbf{R}_L \mathbf{H}_2 + \eta_{k+N+2} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2)^T \mathbf{P}^{(1)} (\mathbf{A} + \mathbf{B}_L \mathbf{H}_2) + \right.$$

$$(1 - \eta_{k+N+2}) (A + B_L H_2)^T P^{(2)} (A + B_L H_2) - P^{(2)} \bar{x}_{k+N+1} \Big\} \circ \tag{18}$$

将不等式(9)、(10)代入式(18),得到

$$E_k [J_{k+1}^*(x_{k+1}, k + 1)] - J_k^*(x_k, k) \leq -E(x_k^T Q x_k + \bar{U}_k^T R \bar{U}_k + \bar{u}_{L,k}^T R_L \bar{u}_{L,k}) \leq 0。$$

引理 2 得证。

基于引理 2,下面给出使系统(8)均方镇定的充分条件。

定理 1 对于矩阵 $Q \geq 0, R > 0, R_L > 0$,若存在矩阵 $P^{(1)}, P^{(2)}$,满足矩阵不等式(9)和(10),则系统(8)在 RHC 策略(6)、(7)控制下是均方镇定。

证明 由引理 2,存在矩阵 $P^{(1)} > 0, P^{(2)} > 0, H_1, H_2$ 满足不等式(9)、(10),则有 $E_k [J_{k+1}^*(x_{k+1}, k + 1)] - J_k^*(x_k, k) \leq 0$ 成立。由于

$$E\{E_k [J_{k+1}^*(x_{k+1}, k + 1)] - J_k^*(x_k, k)\} = E[J_{k+1}^*(x_{k+1}, k + 1)] - E[J_k^*(x_k, k)]，$$

因此, $E[J_k^*(x_k, k)]$ 是单调非增的,又因为 $E[J_k^*(x_k, k)] \geq 0$,所以, $\lim_{k \rightarrow \infty} E[J_k^*(x_k, k)]$ 存在极限,且满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[J_{k+1}^*(x_{k+1}, k + 1) - J_k^*(x_k, k)] = 0。 \tag{19}$$

应用式(9)、(10)代入式(14),得到

$$E[J_{k+1}^*(x_{k+1}, k + 1) - J_k^*(x_k, k)] \leq -E[x_k^T Q x_k + \bar{U}_k^T R \bar{U}_k + \bar{u}_{L,k}^T R_L \bar{u}_{L,k}]。$$

又因 $Q \geq 0, R > 0, R_L > 0$,由式(19)得到 $\lim_{k \rightarrow \infty} E[x_k^T x_k] = 0$ 。定理 1 得证。

根据定理 1 可得,矩阵不等式(9)、(10)是使系统(8)是均方镇定的充分条件。

2.3 有加性噪声系统的均方有界性

本节主要考虑具有加性噪声系统(4)的均方有界问题。

假设 2 $(A, Q^{\frac{1}{2}})$ 是完全可观测的。

定理 2 给定矩阵 $Q \geq 0, R > 0$,系统(4)满足假设 2,若:

- 1) $P^{(1)} > 0, P^{(2)} > 0, H_1, H_2$ 满足不等式(9)、(10),其中 $H_1 = -K, H_2 = -\Gamma^{-1}M$;
- 2) $A + BH_1$ 和 $A + B_L H_2$ 的谱半径满足 $|\lambda_{\max}(A + BH_1)| < 1, \sqrt{p} |\lambda_{\max}(A + B_L H_2)| < 1$;

则系统(4)是均方有界。

证明 根据系统(4),得到

$$\begin{aligned} E[x_{k+1} x_{k+1}^T] &= E\{(Ax_k + BU_k + B_L \tilde{u}_{L,k} + \omega_k)(Ax_k + BU_k + B_L \tilde{u}_{L,k} + \omega_k)^T\} = \\ &E\{(Ax_k + BH_1 \hat{x}_{klk} + B_L H_2 \tilde{x}_k + \omega_k)(Ax_k + BH_1 \hat{x}_{klk} + B_L H_2 \tilde{x}_k + \omega_k)^T\} = \\ &(A + BH_1) E[x_k x_k^T] (A + BH_1)^T + (A + BH_1) E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] (B_L H_2 - BH_1)^T + \\ &(B_L H_2 - BH_1) E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] (A + BH_1)^T + (B_L H_2 - BH_1) E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] (B_L H_2 - BH_1)^T + Q_\omega。 \end{aligned}$$

首先,证明 $E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T]$ 是有界的。考虑如下递归方程:

$$\tilde{x}_k = \begin{cases} A\tilde{x}_{k-1} + B_L \tilde{u}_{L,k-1} + \omega_{k-1}, & \eta_{k-1} = 0, \\ \mathbf{0}, & \eta_{k-1} = 1, \end{cases}$$

则得到

$$\begin{aligned} E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] &= E\{[(1 - \eta_{k-1})(A\tilde{x}_{k-1} + B_L \tilde{u}_{L,k-1} + \omega_{k-1})] [(1 - \eta_{k-1})(A\tilde{x}_{k-1} + B_L \tilde{u}_{L,k-1} + \omega_{k-1})]^T\} = \\ &E\{(1 - \eta_{k-1})^2 (A + B_L H_2) \tilde{x}_{k-1} \tilde{x}_{k-1}^T (A + B_L H_2)^T + \omega_{k-1} \omega_{k-1}^T\} = \\ &p(A + B_L H_2) E[\tilde{x}_{k-1} \tilde{x}_{k-1}^T] (A + B_L H_2)^T + pQ_\omega = \\ &p^{k-1} (A + B_L H_2)^{k-1} [(A + B_L H_2) E[\tilde{x}_0 \tilde{x}_0^T] (A + B_L H_2)^T + Q_\omega] [(A + B_L H_2)^T]^{k-1} + pQ_\omega。 \tag{20} \end{aligned}$$

因此,当且仅当 $A + B_L H_2$ 的谱半径满足 $\sqrt{p} |\lambda_{\max}(A + B_L H_2)| < 1$ 时,估计误差的协方差(20)是有界的。

其次,考虑如下线性系统

$$\xi_{k+1} = (A + BH_1) \xi_k, \quad (21)$$

其中,初始条件 $\xi_0 = x_0$ 。若 $A + BH_1$ 的谱半径满足 $|\lambda_{\max}(A + BH_1)| < 1$, 可得 $\lim_{k \rightarrow \infty} E[\xi_k \xi_k^T] = 0$, 则线性系统(21) 均方稳定。因此,根据定义 1 得到, $E[x_k x_k^T]$ 在 $k \rightarrow \infty$ 时是均方有界的。定理 2 得证。

3 仿真算例

考虑二维系统,其中系数矩阵分别取为:

$$A = \begin{bmatrix} -1.2 & -1.0 \\ 1.0 & 0.8 \end{bmatrix}, B_L = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \end{bmatrix}, B_R = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \end{bmatrix}, R_L = 1, R_R = 1,$$

性能指标(5)中的加权矩阵取为 $Q = \text{diag}(1, 1)$ 。通过 RHC 策略,求得最优控制器的增益矩阵分别为

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0.0067 & 0.0589 \\ 0.2122 & 0.1641 \end{bmatrix}, H_2 = [0.2413 \quad 0.1572]。$$

系统的初始状态均值为 $\bar{x}_0 = [1.6 \quad 0.8]^T$, 协方差 $\bar{P}_0 = 1$, 噪声协方差 $Q_\omega = 1$ 。通过求解矩阵不等式(9)、(10), 可得

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.2670 & 2.6096 \\ 2.6096 & 3.2851 \end{bmatrix}, P^{(2)} = \begin{bmatrix} 9.0605 & 5.3553 \\ 5.3553 & 7.0747 \end{bmatrix},$$

由式(6)、(7)得到 RHC 控制器为

$$u_{L,k} = - [0.1369 \quad 0.1015] \hat{x}_{klk} + [0.1738 \quad 0.1651] \tilde{x}_k, u_{R,k} = [0.3252 \quad 0.2790] \hat{x}_{klk}。$$

在控制器 $u_{L,k}$ 和 $u_{R,k}$ 作用下,丢包概率分别取为 $p=0, p=0.5, p=0.8$, 得到系统状态 x_k 和状态估计 \hat{x}_{klk} 的变化曲线,如图 24 所示。综合图 24 可以看到,状态估计的误差随着丢包概率 p 的增加而增大。

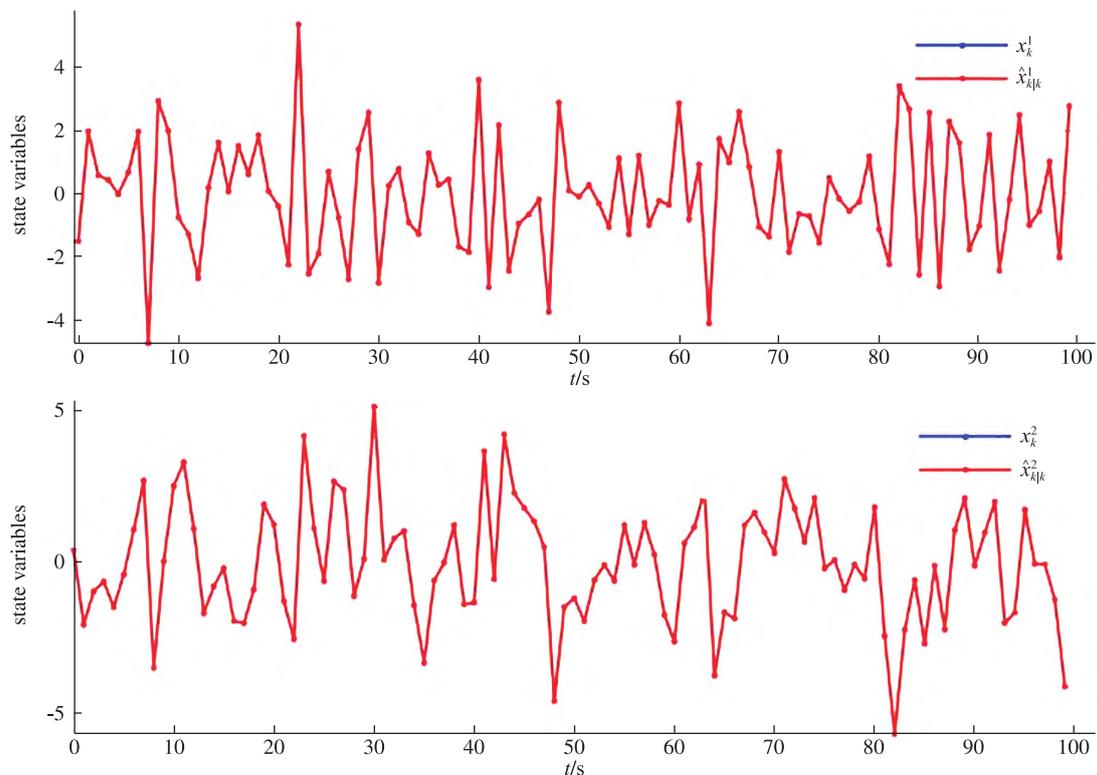


图 2 当 $p=0$ 时,状态和状态估计的变化曲线

Fig.2 The variation curves of state and estimated state for $p=0$

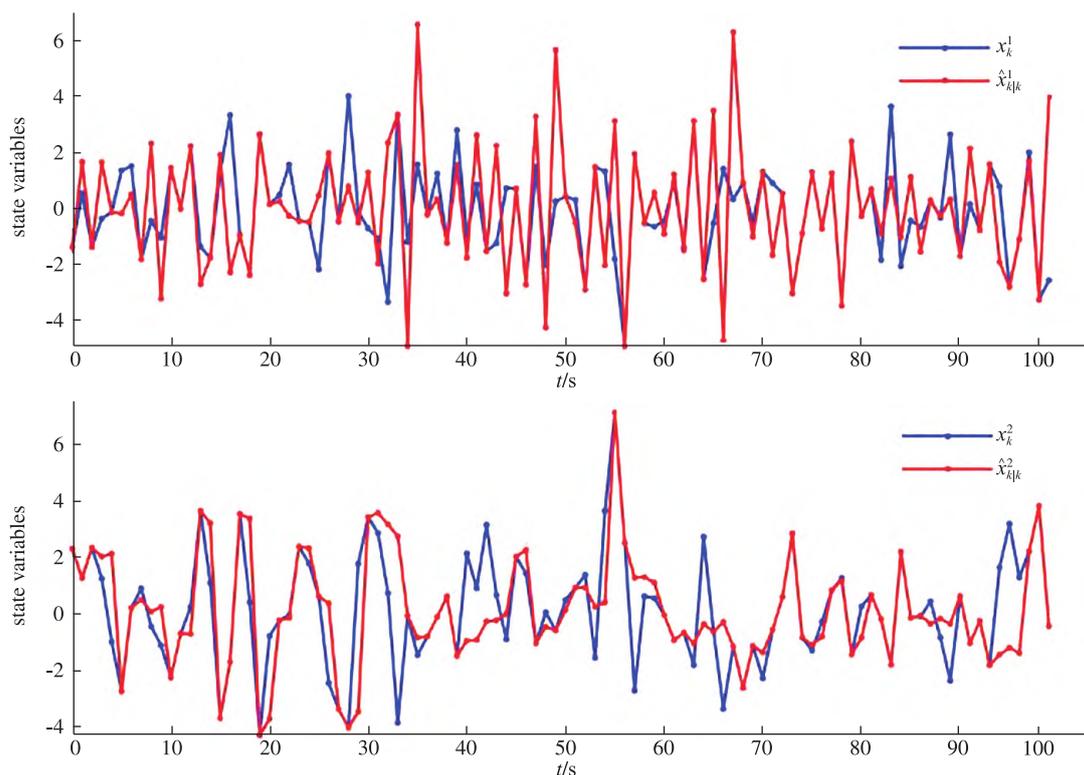


图 3 当 $p=0.5$ 时,状态和状态估计的变化曲线
 Fig.3 The variation curves of state and estimated state for $p=0.5$

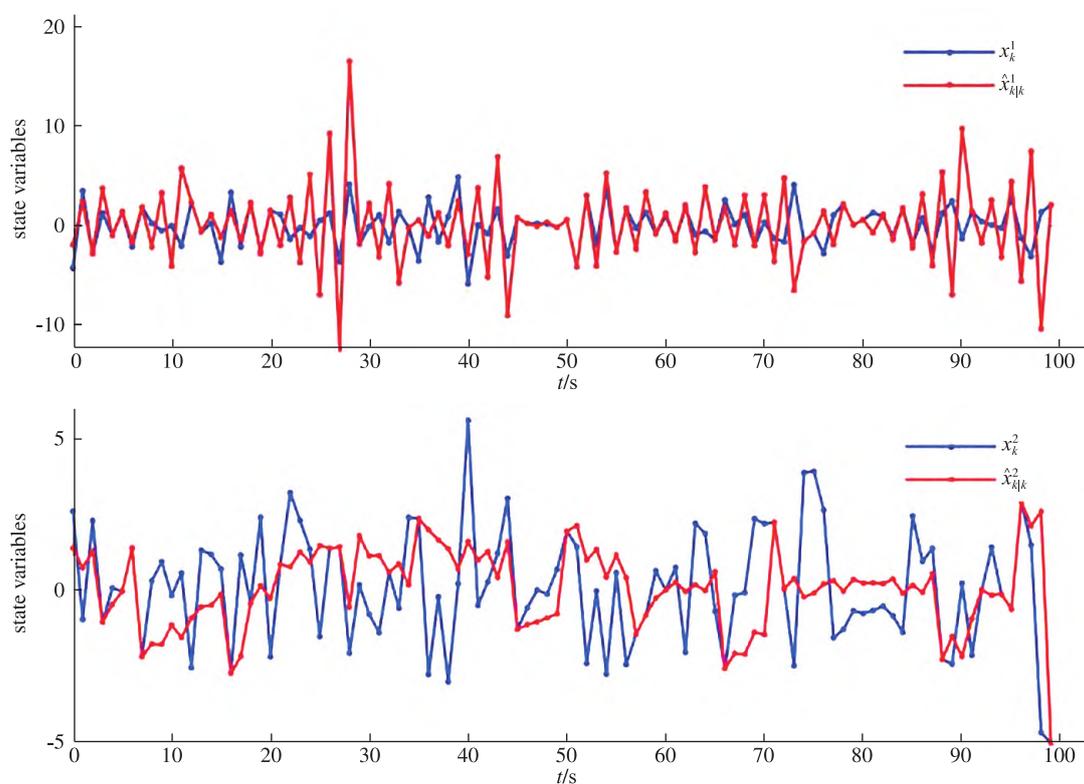


图 4 当 $p=0.8$ 时,状态和状态估计的变化曲线
 Fig.4 The variation curves of state and estimated state for $p=0.8$

接下来分别讨论无加性噪声系统的均方镇定问题和有加性噪声系统的均方有界问题,选取丢包概率 $p=0.5$ 。在 RHC 策略下,无加性噪声系统和有加性噪声系统的状态 $E[\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T]$ 的变化曲线如图 5、6 所示。从图 5、6 中可以看出,具有远程和本地控制器的无加性噪声的网络控制系统是均方镇定的,有加性噪声的网络控制系统是均方有界的,进一步说明 RHC 算法对研究具有远程和本地控制器的网络控制系统稳定性分析的有效性。

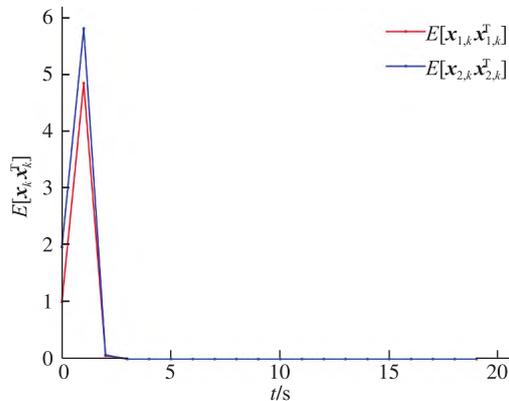


图 5 无加性噪声的闭环系统状态轨迹
Fig.5 State trajectories of the close-loop systems without the additive noise

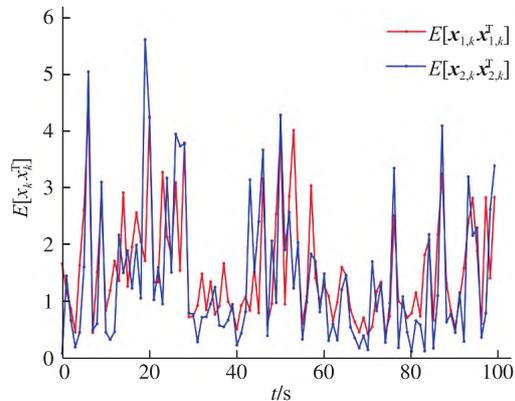


图 6 有加性噪声的闭环系统状态轨迹
Fig.6 State trajectories of the close-loop systems with the additive noise

4 结论

本文基于 RHC 策略研究了具有远程和本地控制器的网络控制系统的控制问题。由于不可靠通信信道的存在,使得远程控制器和本地控制器观测到的状态信息不同,本文充分考虑各个控制器所观测到的信息,利用极值原理设计 RHC 控制器,通过构造包含本地控制器和远程控制器终端加权矩阵的性能指标,得到了使无加性噪声系统均方镇定的充分条件;进一步对于有加性噪声的系统,给出了使系统均方有界的充分条件。最后,利用仿真算例说明了所提控制策略的有效性。

参考文献:

- [1] TIPSUWAN Y, CHOW M. Control methodologies in networked control systems[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11: 1099-1111.
- [2] WALSH G C, HONG Y, BUSHNELL L G. Stability analysis of networked control systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438-446.
- [3] ZHANG W, BRANICKY M S. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21: 84-99.
- [4] HU S, YAN W Y. Stability robustness of networked control systems with respect to packet loss[J]. Automatica, 2007, 43(7): 1243-1248.
- [5] GUPTA V, HASSIBI B, MURRAY R M. Optimal LQG control across packet dropping links[J]. Systems Control Letters, 2007, 56(6): 439-446.
- [6] LIANG X, XU J J, ZHANG H S. Optimal control and stabilization for networked control systems with packet dropout and input delay[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2017, 64(9): 1087-1096.
- [7] TAN C, LI L, ZHANG H S. Stabilization of networked control systems with network-induced delay and packet dropout[J]. Automatica, 2015, 59: 194-199.
- [8] CAI Y Y, LU X, WANG H X. Necessary and sufficient optimal control conditions for networked control systems with input delay and Markovian packet dropouts[J]. Asian Journal of Control, 2023, 26(3): 1553-1563.
- [9] DING K, REN X D. DoS attacks on remote state estimation with asymmetric information[J]. IEEE Transactions Control Net-

- work Systems, 2019, 6: 653–666.
- [10] YONG J M, ZHOU X Y. Stochastic controls: hamiltonian systems and HJB equations [J]. Automatica, 2002, 38(9): 1626–1627.
- [11] BASAR T. Variations on the theme of the Witsenhausen counter example [J]. IEEE Conference on Decision and Control, 2008, 47: 1614–1619.
- [12] LEI D, LI J B, LIU Z X. Supply chain contracts under demand and cost disruptions with asymmetric information [J]. International Journal of Production Economics, 2012, 13(1): 116–126.
- [13] HU Y, TANG S J. Mixed deterministic and random optimal control of linear stochastic systems with quadratic costs [J]. Probability Uncertainty Quantitative Risk, 2019, 4(1): 1–15.
- [14] OUYANG Y, TAVAFOGHI H, TENEKETZIS D. Dynamic games with asymmetric information: common information based perfect Bayesian equilibria and sequential decomposition [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(1): 222–237.
- [15] SRINIVASA D G, SCHÜTTLER H, JOSEPH B. Time-stamped model predictive control: an algorithm for control of processes with random delays [J]. Computers and Chemical Engineering, 2004, 28(8): 1337–1346.
- [16] QUEVEDO D E, NESCI D. Input-to-state stability of packetized predictive control over unreliable networks affected by packet-dropouts [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 56(2): 370–375.
- [17] LIU B, XIA Y Q, MAHMOUD M S. New predictive control scheme for networked control systems [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2012, 31(3): 945–960.
- [18] ZHANG L W, XIE W, LIU J F. Robust control of saturating systems with Markovian packet dropouts under distributed MPC [J]. ISA Transactions, 2018, 85: 49–59.
- [19] TANG X M, DING B C. Model predictive control of linear systems over networks with data quantization's and packet losses [J]. Automatica, 2013, 49(5): 1333–1339.
- [20] ZOU Y Y, LAM Y G. Constrained predictive control synthesis for quantized systems with Markovian data loss [J]. Automatica, 2015, 55: 217–225.
- [21] LIANG X, XU J J. Control for networked control systems with remote and local controllers over unreliable communication channel [J]. Automatica, 2018, 98: 86–94.

Receding Horizon Control for Networked Control Systems with Remote and Local Controllers

FU Yuteng, GAO Rong

(School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264039, China)

Abstract: The receding horizon control of networked control systems with remote and local controllers are studied in this paper. Firstly, the receding horizon control (RHC) scheme is obtained by applying maximum principle. Secondly, for systems without the additive noise, the terminal matrices obtained by applying the RHC strategy satisfies two coupled Lyapunov inequalities. It is verified that these two inequalities are sufficient conditions to make the systems mean-square stable. For the systems with the additive noise, a sufficient condition is derived for the boundedness in the mean-square sense of the systems by analyzing state estimation errors. Finally, a simulation example was given to verify the effectiveness of the proposed strategy.

Keywords: asymmetric information; receding horizon control; networked control systems; mean-square stability